Distribuições

Uma distribuição probabilística é uma associação de valores de maneira a que a cada valor corresponda determinada probabilidade.

Ao lançarmos um dado honesto, tem-se a seguinte correlação entre valor de face e probabilidade associada:

1	2	3	4	5	6
1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

isto é uma distribuição de probabilidade.

Distribuição binomial

Está associada ao estudo de eventos que têm uma probabilidade de acerto definida por p. Define-se também uma probabilidade de fracasso (q) e obviamente $q = p - 1$. O experimento será realizado diversas vezes, por hipótese n vezes. É a distribuição teórica de frequência mais útil para variáveis discretas. O nome binomial vem do fato de que se baseia no desenvolvimento do binômio de Newton $(a + b)^n$, em que a e b são trocados por p e q e daqui

$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

A distribuição binomial, tem as seguintes características

- os valores de x são sempre inteiros
- os eventos associados a p e q são independentes e mutuamente excludentes
- as probabilidades pressupõe reposição
- a ordem em que aparecem os elementos no grupo não tem importancia

A distribuição binomial possui dois parâmetros associados a ela que são n e p. Esses valores que se referem sempre à população possibilitam estudar a distribuição, além de fornecerem elementos para uma notação abreviada ou $B(n; p)$.

Neste exemplo, vai ficar mais visível a associação desta distribuição ao binômio de Newton. Jogando-se uma moeda honesta 5 vezes (ou 5 moedas honestas de uma vez, não faz diferença) eis como ficam as probabilidades:

$$(q + p)^5 = q^5 + 5q^4p + 10q^3p^2 + 10q^2p^3 + 5qp^4 + p^5$$

onde $q^5 = P(x = 0)$, $5q^4p = P(x = 1)$, e assim por diante. Lembre-se que $P(x = 0)$ significa a probabilidade de nenhuma CARA, $P(x = 1)$ significa a probabilidade de uma CARA, etc. (Uma observação final: no primeiro termo o p está lá. Ele só não é escrito porque elevado a 0, e daí ele é irrelevante por $p^0 = 1$. Igualmente, no último termo o q também está lá. Moral da história, q e p, nesta ordem, aparecem em todos os termos.)

A média aritmética de uma distribuição binomial, denotada μ é dada por $\mu = n.p$ e a variância de uma distribuição binomial, denotada por γ^2 é dada por $\gamma^2 = n.p.q$.

Distribuição normal

Esta é a distribuição de frequências mais útil para variáveis contínuas. Se colocarmos esta distribuição na forma de um gráfico, aparecerá uma curva semelhante a um sino. O ponto mais alto do sino corresponde à média da distribuição enquanto suas extremidades tendem a zero. A média divide a curva simetricamente com áreas iguais de cada lado. Sua importância é devida ao fato de que inúmeras distribuições de probabilidade tanto na natureza quanto nas realizações humanas convergem para ela. Os primerios estudos ligados à distribuição normal foram conduzidos por De Moivre e cem anos depois por Laplace que consolidou as descobertas anteriores. Embora Gauss tenha nascido 23 anos depois da morte de De Moivre a distribuição e a curva normais acabaram recebendo o seu nome.

Os parâmetros de uma distribuição normal são a média aritmética (aqui indicada por μ pelo fato da média ser sobre a população) e a variância indicada por γ^2. Lembrando que da teoria vista antes, se a variância γ^2 tem um determinado valor, seu desvio padrão γ é igual à sua raiz quadrada positiva.

Uma importante propriedade da curva normal é que a área da curva compreendida entre

$\mu \pm \gamma$ corresponde a 68% da área da curva

$\mu \pm 2 \times \gamma$ corresponde a 95% da área da curva

$\mu \pm 3 \times \gamma$ corresponde a 99% da área da curva

Uma operação que simplifica mais ainda a análise é trocar a distribuição normal pela distribuição normal reduzida. Começa-se tendo uma distribuição normal com média aritmética μ e desvio padrão γ. Agora "empurra-se" o eixo vertical que indica as frequências até ele coincidir com a média da distribuição e dividindo as frequencias pelo desvio padrão, obtem-se uma nova distribuição, na qual a variável em análise agora é z, dada por

$$z = \frac{x_i - \mu}{\gamma}$$

esta nova distribuição continua sendo normal, mas ela tem características notáveis, a saber: $\mu = 0$, $\gamma^2 = 1$ e $\gamma = 1$.

Ao fazer isso, trocam-se infinitas distribuições normais, por uma única distribuição normal (reduzida). A vantagem aparece agora: com uma única tabela de probabilidades é possível resolver qualquer problema de distribuições normais. Basta transformar x em z e ler na tabela $N(0, 1)$ a probabilidade correspondente.

☞ Para você fazer

1. Suponha um baralho convencional de 52 cartas. Voce vai retirar 5 cartas. Qual a probabilidade de que 2 cartas sejam carta identificada por uma letra. Note que a cada retirada, a carta volta para o baralho.

2. Imagine um baralho convencional de 52 cartas. Voce vai retirar 3 cartas. Qual média aritmética e a variância da distribuição binomial se o nosso conceito de sucesso equivale a tirar figura de paus. Note que a cada retirada, a carta volta para o baralho.

3. Faça de conta que tem muitos dados honestos com 6 faces. Voce vai jogar 8 dados. Qual a probabilidade de que 6 dados sejam um número composto.

4. Suponha que o peso dos alunos desta sala é normalmente distribuído. A média é 78 quilos. e o desvio padrão é de 2.2 quilos. Encontre a probabilidade de alguem pesar mais de 87

5. Imagine que a altura dos alunos desta sala é normalmente distribuída. A média é 173 cm. e o desvio padrão é de 13 cm. Encontre a probabilidade de alguém medir entre 155 cm e 190 cm.

6. A fábrica do vizinho vende guizos em pacotes de 1Kg de guizos. Para um determinado tipo de guizos, este peso equivale a 2046 guizos. Supondo que este número é distribuído de maneira normal, com a média igual a este número e dp=196 guizos. Ache a probabilidade de um determinado saco ter menos de 1806 guizos.

7. Em uma grande indústria, com 15287 empregados, a média salarial é de R$=6739 e o desvio padrão é de R$=698. Ache a quantidade esperada de empregados que ganham entre R$=6346 e R$=7188 . Note que os salários nesta indústria são distribuídos de maneira normal.

1	2.m	2.v	3
4	5	6	7

Área subtendida pela curva normal de z=0 até...

z	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0 | 0	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1 | 0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2 | 0.0793	0.0832	0.0871	0.091	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3 | 0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4 | 0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5 | 0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6 | 0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7 | 0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8 | 0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9 | 0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1 | 0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1 | 0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2 | 0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3 | 0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4 | 0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5 | 0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6 | 0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7 | 0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8 | 0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9 | 0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2 | 0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1 | 0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2 | 0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3 | 0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4 | 0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5 | 0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6 | 0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.496	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7 | 0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.497	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8 | 0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9 | 0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3 | 0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1 | 0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2 | 0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3 | 0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4 | 0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5 | 0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6 | 0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7 | 0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8 | 0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9 | 0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000